

УДК 621.9.048

# К ВОПРОСУ ВЫБОРА ПРИВОДНОГО ДВИГАТЕЛЯ ВИБРОМАШИН

**М. А. Калмыков**

кандидат технических наук, доцент  
Кафедра «Компьютерные системы и сети»\*

**А. В. Романченко**

Аспирант  
Кафедра «Технология машиностроения»\*  
Контактный тел.: 099-038-24-79, (0642) 55-25-08  
E-mail: romanchenkoav@mail.ru

**В. В. Яковенко**

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой  
Кафедра «Электромеханика»\*  
\*Восточноукраинский национальный университет им. Владимира Даля  
кв. Молодежный, 20А, г. Луганск, 91034

*Проведен аналіз вибору приводного двигуна вібромашин. Встановлений функціональний зв'язок між розмірами і параметрами асинхронних електричних машин, використовуваних в приводі вібромашин*

*Ключові слова: вібромашина, електродвигун, частота, щільність струму, магнітна індукція*

*Проведен анализ выбора приводного двигателя вибромашин. Установлена функциональная связь между размерами и параметрами асинхронных электрических машин, используемых в приводе вибромашин*

*Ключевые слова: вибромашина, электродвигатель, частота, плотность тока, магнитная индукция*

*The analysis of choice of engine drive of vibromachines is conducted. Functional connection is set between sizes and parameters of asynchronous electric machines, in-use in the drive of vibromachines*

*Keywords: vibromachine, electric motor, frequency, closeness of current, magnetic induction*

## 1. Введение

К числу наиболее сложных и менее всего изученных проблем синтеза оптимальных технологических вибромашин относится выбор приводного двигателя. Наиболее сложным является вопрос о расчете необходимой мощности.

При оптимальном синтезе вибрационной машины актуальным является не только определение необходимой мощности приводного двигателя, но и его выбор из условия обеспечения минимальных размеров (или массы) и минимальной перегрузки при пуске.

## 2. Постановка проблемы

Известно, что размеры электродвигателя, определяемые его диаметром  $D$  и длиной якоря или ротора  $l$ , пропорциональны мощности  $N$  и обратно пропорциональны угловой скорости  $\omega$  [5].

$$D^2 l = c \frac{N}{\omega}, \quad (1)$$

где  $c$  - машинная постоянная, зависящая от магнитного потока и силы тока.

Т.о., условие минимизации массы двигателя сводится к выбору более быстроходного двигателя. Тут диапазон возможностей конструктора довольно узок

и практически сводится к выбору между двумя-тремя имеющимися двигателями одинаковой мощности и разной угловой скорости.

Пусковые свойства трехфазных асинхронных двигателей характеризуются [6] пусковым током  $I_p$  или его кратностью  $I_p/I_{ном}$  и начальным пусковым моментом  $M_p$ , или его кратностью  $M_p/M_{ном}$ . У трехфазных асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором, которые чаще всего применяются в качестве приводных, кратность пускового тока не превышает 2,5...4,5 при мощности до 1 кВт и 5,5...7,5 - при большей мощности.

Передача вращающего момента от вала двигателя к дебалансному валу производится с помощью различных передач (ременные, цепные, редукторы) или через упругие муфты.

В последнем случае скорость вращения ротора двигателя и дебалансного вала будут одинаковы, что не является лучшим решением.

При пуске двигателя привода вибровозбудителя момент на валу двигателя будет пропорциональным величине приведенного момента инерции вращающихся частей. А последний обратно пропорционален [7] квадрату передаточного отношения. Следовательно, для облегчения пуска целесообразно выбирать двигатель с угловой скоростью, превышающей угловую скорость вращения дебалансного вала, т.е. передачу вращения от двигателя к дебалансному валу осуществлять с передаточным отношением  $i > 1$ .

В зависимости от назначения технологического процесса (снятие заусенцев, округление острых кромок, шлифование, полирование и др.) производится выбор амплитуды и частоты колебаний. Эти данные получают экспериментальным путем. Однако, необходимо иметь в виду, что при одинаковом значении вынуждающей силы  $\Phi$  и мощности двигателя  $N_d$ , эффективность вибрационного воздействия будет тем выше, чем ниже угловая скорость вращения дебалансного вала. Для более грубых операций (очистка, снятие заусенцев, округление острых кромок) можно рекомендовать меньшие угловые скорости и большие статические моменты дебалансов, а значит, и большие амплитуды колебаний. При шлифовании и полировании - наоборот.

Наиболее ответственным моментом при выборе приводного двигателя является правильное определение необходимой его мощности.

Рассмотрим диаграмму энергетического баланса асинхронного двигателя [8]. Мощность потребления электрической энергии из сети (рис. 1)

$$N_1 = 3u_1 I_1 \cos \varphi_1, \quad (2)$$

где  $u_1$ ,  $I_1$  и  $\cos \varphi_1$  - соответственно напряжение, ток и коэффициент мощности одной фазы обмотки статора.

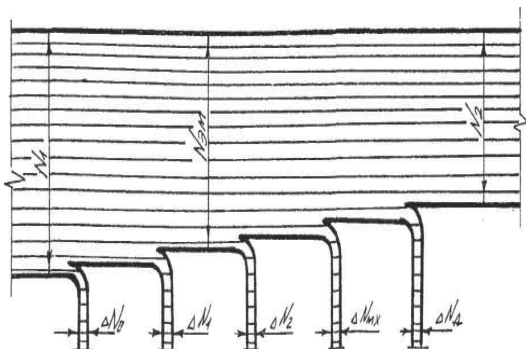


Рис. 1. Диаграмма мощности трехфазного асинхронного двигателя

Вычитая из (2) потери на перемагничивание и вихревые токи в магнитопроводе статора  $\Delta N_c$  на нагревание токами обмотки статора  $\Delta N_1$ , получаем электромагнитную мощность, или мощность вращающегося магнитного поля, обеспечивающую вращение ротора.

$$N_{эм} = N_1 - \Delta N_c - \Delta N_1. \quad (3)$$

Аналогичным образом учтем потери в магнитопроводе ротора  $\Delta N_p$  и в его обмотке  $\Delta N_2$ . Первые из них из-за малого значения частоты токов в цепи ротора практически равны нулю. Тогда полная механическая мощность вращающегося ротора будет определяться

$$N_{мх} = N_{эм} - \Delta N_p - \Delta N_2. \quad (4)$$

Полезная мощность на валу двигателя определится с учетом механических потерь  $\Delta N_{мх}$  и некоторых добавочных потерь  $\Delta N_d \approx 0,005 N_1$ .

$$N_2 = N_{мх} - \Delta N_{мх} - \Delta N_d. \quad (5)$$

Заметим, что потери на перемагничивание и вихревые токи в магнитопроводе и механические потери представляют собой постоянные величины для дан-

ного двигателя, не зависящие от нагрузки на валу двигателя. Потери на нагрев обмоток статора и ротора зависят от соответствующих токов, величина которых определяется полезной мощностью.

Отношение

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} \quad (6)$$

является коэффициентом полезного действия и зависит от коэффициента нагрузки. Номинальное значение  $\eta$  соответствует коэффициенту нагрузки  $\beta$ , равному единице (рис. 2). Это означает, что двигатель способен отдать в систему полезную мощность, величиной  $N_2$ . И не от двигателя, а от конструктора машины будет зависеть на преодоление каких потерь (полезных или вредных) эта мощность будет употреблена. Если же нагрузка на валу двигателя будет недостаточной, коэффициент нагрузки становится меньше единицы, и использование двигателя будет нерациональным. Следовательно, при расчете мощности двигателя привода необходимо стремиться к тому, чтобы обеспечить в установившемся режиме работы коэффициент нагрузки, близкий к единице.

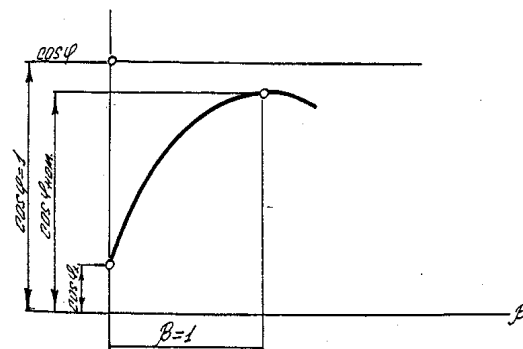


Рис. 2. График зависимости коэффициента мощности от коэффициента нагрузки

Расчет параметров вибровозбудителя должен производиться на потребление мощности  $N_2$ , которая расходуется на преодоление сопротивлений в подшипниках вибровозбудителя, сопротивлений в передаче и вентиляторных сопротивлений. Последние зависят от формы и размеров дебалансов и возрастают пропорционально квадрату угловой скорости.

Коэффициент мощности ( $\cos \varphi$ ) зависит от коэффициента нагрузки  $\beta$

(рис. 2), который определяется

$$\beta = \frac{M_c}{M_2}, \quad (7)$$

где  $M_c$  - момент сил сопротивления, приведенный к валу двигателя;

$M_2$  - вращающий момент на валу двигателя, соответствующий мощности  $N_2$ .

Для различных асинхронных двигателей значение коэффициента мощности при холостом ходе  $\cos \varphi_x = 0,10 \dots 0,25$ , при номинальной нагрузке  $\cos \varphi_n = 0,75 \dots 0,93$ .

При исследовании потребляемой мощности технологической вибрационной машиной необходимо иметь в виду следующее. Величина потребляемой мощности двигателем на холостом ходу зависит от его номи-

нальной (паспортной) мощности. Так для трех асинхронных двигателей А02 мощностью 1,1 кВт, 10 кВт и 40 кВт расчетная мощность холостого хода будет соответственно 0,42 кВт (36% от номинальной), 3,45 кВт (34,5%) и 11,44 кВт (28,6%) [8]. Примерно такое же соотношение наблюдалось в опытах Совалова И.Г. (см. табл. 1) - двигатель мощностью 4,5 кВт потреблял на холостом ходу 1,32 кВт или 23,3% номинальной мощности.

Если принять, что в среднем мощность холостого хода составляет 0,3 от максимальной мощности двигателя, то можно записать зависимость для определения мощности приводного двигателя управляемой вибрационной машины

$$N_{дв} = 1,4K\mu \frac{\Phi d_B}{2} \omega, \quad (8)$$

где  $K=1,2...2,0$  - коэффициент, учитывающий влияние обрабатываемой среды;

$\mu=0,003...0,004$  - коэффициент трения, зависящий от типа подшипника;

$d_B$  - диаметр шипа дебалансного вала.

$\Phi$  - вынуждающая сила.

Исследование потребляемой мощности двигателем привода вибрационной машины целесообразно продолжить с учетом всего круга факторов, влияющих на нее.

### 3. Применение теории подобия для создания ряда технологических вибрационных машин

Применение теории подобия в технике позволяет наиболее простым способом произвести анализ существующих устройств, механизмов или машин и осуществить синтез новых объектов. Несмотря на широкое применение методов подобия, их использование при исследовании вибрационной техники и вибрационной технологии не известно.

Воспользуемся методом критериев подобия, в основе которого лежит  $\pi$ -теорема. Используем подходы, разработанные П.А. Алабужевым и его сотрудниками [9].

а) Для случая направленных колебаний, представленных моделью (3.1.5)-(3.1.7), запишем соотношение соответствующих масштабов. В уравнении (3.1.5) это будет выглядеть следующим образом

$$(m_c + m_{lc}) \frac{l_c}{t_c} = \alpha_c \frac{l_c}{t_c} = c_c l_c = \alpha_{lc} \frac{l_c}{t_c} = c_{lc} l_c = F_c = S_c \frac{1}{t_c^2}. \quad (9)$$

Разделим почленно на  $c_c l_c$  и получим индикаторы подобия

$$\frac{(m_c + m_{lc})}{c_c t_c^2} = \frac{\alpha_c}{c_c t_c} = \frac{\alpha_{lc}}{c_c t_c} = \frac{c_{lc}}{c_c} = \frac{F_c}{c_c l_c} = \frac{S_c}{c_c l_c t_c^2} = 1, \quad (10)$$

из которых образуем обобщенный индикатор подобия

$$Л_1 = \frac{(m_c + m_{lc}) \alpha_c \alpha_{lc} F_c S_c}{c_c^6 t_c^6 l_c^6}. \quad (11)$$

Опуская индекс масштаба, получим обобщенный критерий подобия

$$\Pi_1 = \frac{(m + m_l) \alpha \alpha_l F S}{c^6 t^6 l^6} = idem. \quad (12)$$

Для уравнения (3.1.6) аналогичным образом получим

$$M_c \frac{l_c}{t_c^2} = \alpha_{lc} \frac{l_c}{t_c} = c_{lc} l_c = F_c; \quad (13)$$

$$Л_2 = \frac{M_c \alpha_{lc} F_c}{c_{lc}^3 t_{lc}^3 l_c}; \quad (14)$$

$$\Pi_2 = \frac{M \alpha_l F}{c_l^3 t_l^3 l} = idem. \quad (15)$$

Применительно к (3.1.7) эти действия будут выглядеть так

$$I_c \frac{1}{t_c^2} = S_c g_c = S_c \frac{l_c}{t_c^2} = M_{дс} = M_{сс}; \quad (16)$$

$$Л_3 = \frac{I_c S_c^2 g_c l_c M_{сс}}{M_{дс}^4 t_c^4}; \quad (17)$$

$$\Pi_3 = \frac{I S^2 g l M_c}{M_d^4 t^4} = idem. \quad (18)$$

С учетом того, что  $1/t = \omega$ ;  $S\omega^2 = \Phi$ ;  $g = const$  и  $l = A$ , можно переписать обобщенные критерии подобия

$$\Pi_3 = \frac{I \Phi^2 A M_c}{M_d^4} = idem; \quad (19)$$

$$\frac{\Pi_2}{\Pi_1} = \frac{M}{m + m_l} \frac{c^6}{c^4} \frac{A}{\alpha \Phi \omega} = idem. \quad (20)$$

Эти критерии подобия позволяют обеспечить более строгое моделирование вибрационных машин с учетом их геометрии, упругих и диссипативных характеристик, амплитуды, частоты, вынуждающей силы. Однако, можно построить более частные критерии подобия, позволяющие оценивать раздельное влияние указанных параметров.

### 4. Функциональная связь между размерами и параметрами асинхронных электрических машин (ЭМ)

#### 4.1. Общие положения

При разработке привода виброустановки, главной частью которого является электродвигатель, необходимо знать зависимость его мощности и к.п.д. от габаритных размеров или от обобщающих геометрических параметров. К этим параметрам следует отнести длину ротора или длину электрического двигателя, диаметр статора или станины двигателя, расстояние между осью двигателя и его основанием или корень кубический из объема двигателя, иными словами, необходимо установить функциональную связь между размерами и параметрами асинхронных ЭМ.

Для ЭМ величины  $m$  – число полюсов,  $f$  – частота,  $w$  – число витков,  $j$  – плотность тока считаются величинами постоянными. Однако при изменении ЭМ

в широких пределах данное утверждение не всегда является правильным. Как следует из определения геометрического подобия ЭМ, неизменными являются только величины  $m$  и  $w$ , т.к. их изменение может привести к нарушению геометрического подобия.

Значения величин  $B$ ,  $j$  и  $f$  могут изменяться в зависимости от длины якоря  $l$  по разным причинам, даже при соблюдении принципа геометрического подобия.

Плотность тока  $j$  в проводниках выбирается исходя из условий теплоотдачи с его поверхности с учетом класса нагревостойкости изоляции обмотки. Считается, что коэффициент теплопроводности  $k_\tau$  с поверхности проводника является величиной постоянной, тогда превышение температуры над окружающей средой  $\tau$  будет равным

$$\tau = \frac{\rho l I^2}{S_n S_{оп} k_\tau} = \frac{\rho l_n j^2 S_n}{S_{оп} k_\tau}, \quad (21)$$

где  $\rho$  - удельное сопротивление материала проводника;

$l_n$  - длина проводника;

$S_n$  - площадь поперечного сечения проводника;

$S_{оп}$  - площадь охлаждения;

$I$  - ток в проводнике.

Тепло, в которое превращается мощность потерь, уходит в окружающую среду с наружной поверхности ЭМ. Поэтому коэффициент теплоотдачи, который равен тепловому потоку с единицы поверхности при разности температур поверхности охлажденного тела и окружающей среды в один градус, является сложной функцией коэффициентов теплоотдачи со всех промежуточных поверхностей между проводником и окружающей средой и также коэффициентов теплопроводности в их промежутках между ними.

Коэффициенты теплоотдачи представляются независимыми от линейного размера ЭМ  $l$ , т.к. рассчитываются на единицу площади, следовательно, тепловой поток с поверхности проводника при постоянном  $\tau$  пропорционально  $l^2$ . Т.е. чем длиннее ЭМ, тем лучше ее теплоотдача и выше к.п.д.

Неизменность коэффициентов теплопроводности обеспечивает первую степень зависимости теплового потока от  $l$ , т.к. поток пропорционален площади и обратно пропорционален толщине промежутков, которые пронизывает.

Как показывает практика тепловых расчетов [1] ЭМ, позволяющая часть перепада температуры имеет место при теплоотдаче с поверхности ЭМ. Перепад температур между поверхностями одной детали, например, станины в направлении теплового потока не значителен. Даже в изоляции, обладающей большим тепловым сопротивлением, этот период менее 20% [2]. Все вышесказанное позволяет считать результирующий коэффициент теплоотдачи  $k_\tau$  независимым от обобщенного линейного размера  $l$  с достаточной степенью точности.

В этом случае зависимость (21), с учетом пропорциональности  $l_n$  первой, а величин  $S_n$  и  $S_{оп}$  - второй степени  $l$  принимает вид

$$\tau = \rho k_\tau j^2, \quad (22)$$

где  $k_\tau$  - коэффициент пропорциональности, равный

$$k_\tau = \frac{l_n S_n I^2}{l^2 S_{оп}}. \quad (23)$$

Значение  $\tau$  определяется классом нагревостойкости изоляции, неизменным для геометрически подобных ЭМ с одинаковым способом охлаждения, из (22) и (23) получается, что

$$j^2 l = \text{const}, \quad (24)$$

т.е. плотность тока в обмотках геометрически подобных ЭМ должна быть равна

$$j = \frac{k_j}{\sqrt{l}}.$$

В машинах малой мощности применяют естественное охлаждение или охлаждение с внешней и внутренней вентиляцией.

Значение магнитной индукции  $B$  в ЭМ определяется двумя основными факторами: магнитными параметрами ферромагнитного материала магнитопровода и магнитодвижущей силой (МДС) обмотки возбуждения, которая в части машин совмещается с рабочей обмоткой, например, в асинхронных - с обмоткой статора.

Индукция насыщения ферромагнитного материала, как и другие магнитные параметры не зависят от размеров ЭМ и  $l$ . В ЭМ с электромагнитным возбуждением МДС пропорциональна плотности тока  $j$  и суммарной площади поперечного сечения витков обмотки возбуждения, т.е.  $B \sim j$ ;  $B \sim l^2$ . При постоянстве плотности МДС пропорциональна  $l^2$ , а воздушный зазор в геометрически подобных машинах -  $l$ .

Можно считать, что для ЭМ малой и средней мощности при постоянстве плотности тока

$$B = \frac{k_{ав} I w}{l} = \frac{k_{ав} j S_n w}{l} = \frac{k_{бв} l^2}{l} = k_{бв} l. \quad (25)$$

Если плотность тока обратно пропорциональна  $\sqrt{l}$  (24), то зависимость (25) примет вид

$$B = \frac{k_{ав} k_j S_n w}{l^{1.5}} = \frac{k_{св} l^2}{l^{1.5}} = k_{св} l^{0.5}, \quad (26)$$

где  $k_{ав}$ ,  $k_{бв}$ ,  $k_{св}$  - коэффициенты пропорциональности.

Значение частоты  $f$  для большинства ЭМ, работающих от промышленной сети, равно 50 Гц.

С целью исключения поверхностного эффекта в проводниках с током, их размеры не должны превышать глубину проникновения электромагнитного поля вглубь проводника. Глубина проникновения электромагнитной волны считается обратно пропорциональной  $\sqrt{f}$  [3], откуда следует, что верхняя граница частоты тока ЭМ

$$f = \frac{k_f}{l^2}, \quad (27)$$

где  $k_f$  - коэффициент пропорциональности.

На частоте 50 Гц глубина проникновения тока в медный проводник составляет 10 мм.

Вторым фактором, ограничивающим частоту напряжения питания ЭМ и связывающую с ней частоту вращения ротора ЭМ, является действие центробежной силы, возрастающее с увеличением линейного размера ЭМ.

Максимальное допустимое значение центробежной силы  $F_y$  определяется параметрами материала, из которого изготовлен ротор или якорь и может считаться независимым от  $l$  для большинства типов ЭМ.

Как известно [4], значение центробежной силы, действующей на деталь, центр тяжести которой вращается вокруг оси по окружности радиуса  $r$

$$F_y = m\omega^2 r, \quad (28)$$

где  $m$  – масса тела;

$\omega = 2\pi f$  – угловая скорость.

Для ЭМ (28) может быть преобразовано к следующему виду

$$F_y = m \frac{2\pi f}{p} r = k_F f^2 l, \quad (29)$$

где  $p$  – число пар полюсов ЭМ;

$k_F$  – коэффициент пропорциональности, учитывающий соотношение между величинами  $r$  и  $l$ .

Т.о. из условия постоянства максимального допустимого значения центробежной силы  $F_y = \text{const}$  следует

$$f = \frac{k_j}{\sqrt{l}}, \quad (30)$$

где  $k_j$  – коэффициент пропорциональности.

#### 4.2. Зависимость мощности ЭМ от обобщенного линейного размера

В ЭМ малой мощности (до 1 кВт) при постоянстве частоты возбуждения и неизменной плотности тока в обмотке имеет место равенство

$$mf w_j = k_a - \text{const}, \quad B = k_{bB} l, \quad (31)$$

откуда

$$S_{ЭМ} = k_a k_{bB} l^5, \quad (32)$$

где  $S_{ЭМ}$  – полная мощность ЭМ.

Если плотность тока обратно пропорциональна величине  $\sqrt{l}$ , то получается

$$mf w = k_b - \text{const}, \quad j = \frac{k_j}{l^{0.5}}, \quad B = k_{cB} l^{0.5}, \quad (33)$$

для ЭМ с электромагнитным возбуждением мощность равна

$$S_{ЭМ} = k_B k_j k_{cB} l^4. \quad (34)$$

Если полагается, что ЭМ работает на повышенной частоте при постоянной плотности тока, то

$$m w_j = k_a - \text{const}, \quad B = k_{bB} l, \quad f = \frac{k_f}{l^2}, \quad (35)$$

и

$$S_{ЭМ} = k_i k_{bB} k_f l^3. \quad (36)$$

Выполнение условия  $j^2 l = \text{const}$  приводит к

$$m w = k_g - \text{const}, \quad B = k_{cB} l^{0.5}, \quad j = \frac{k_j}{l^{0.5}}, \quad f = \frac{k_f}{l^2}, \quad (37)$$

откуда

$$S_{ЭМ} = k_g k_{cB} k_j k_f l^2. \quad (38)$$

У большинства ЭМ, кроме ЭМ специального назначения, например, тяговых генераторов электромагнитная мощность  $S_{ЭМ}$  является функцией линейного размера в степени от 3,5 до 4. У ЭМ малой мощности  $S_{ЭМ}$  пропорциональна пятой степени линейного размера  $l$ .

#### 4.3. Зависимость мощности потерь от обобщенного линейного размера

В ЭМ мощностью от единиц кВт и более мощность электромагнитных потерь на возбуждение  $\Delta P_{эв}$  при  $j = \text{const}$  пропорциональна квадрату линейного размера  $l$ , поскольку МДС пропорциональна воздушному зазору, т.е.  $l$  и также  $l$  пропорциональна длине витков обмотки возбуждения, т.е.

$$\Delta P_{эв} = \rho w_b l_b j^2 S_B = k_{пв} l^2, \quad (39)$$

где  $w_b$  – число витков обмотки возбуждения;

$l_b$  – длина витков обмотки возбуждения;

величины  $w_b$  и  $l_b$  пропорциональны  $l$  по принципу геометрического подобия и для обеспечения независимости индукции от  $l$ ;

$S_B$  – площадь поперечного сечения витка обмотки (не зависит от линейного размера  $l$ ).

Если  $S_B$  считать (по принципу геометрического подобия) величиной пропорциональной  $l^2$ , то тогда, исходя из того, что МДС обмотки, т.е. величина произведения  $w_b j S_B$  должна быть пропорциональна воздушному зазору, а следовательно и величине  $l$ , число витков получается обратно пропорционально  $l$ .

Следовательно, мощность потерь в ЭМ мощностью от единиц кВт и более растет медленнее, чем  $l^3$ .

Для ЭМ при выполнении условия  $j = \frac{k_j}{\sqrt{l}}$  получается выражение для мощности потерь в якоре

$$\Delta P_a = \rho l_n S_n j^2 = \frac{\rho l_n S_n k_j^2}{l} = k_{пj} l^2, \quad (40)$$

т.е. мощность электрических потерь в обмотке якоря, а также статора и ротора ЭМ пропорциональна квадрату линейного размера.

Мощность потерь на возбуждение в машинах постоянного тока и в синхронных ЭМ будет равной

$$\Delta P_{эв1} = \frac{\rho w_b l_b k_j^2 S_B}{l} = k_{пв1} l, \quad (41)$$

т.е. суммарные потери прямо пропорциональны линейному размеру  $l$ .

Однако, если выполняется равенство  $B = k_{bB} l$  или  $B = k_{cB} \sqrt{l}$ , т.е. индукция пропорциональна линейному размеру, а МДС квадрату линейного размера, то при постоянной плотности тока потери на возбуждение ЭМ будут равным

$$\Delta P_{эв2} = \rho w_b l_b j^2 S_B = k_{пв2} l^3, \quad (42)$$

а при  $j = \frac{k_j}{\sqrt{l}}$



$$\Delta P_{\text{эвз}} = \frac{\rho w_b l k_j^2 S_B}{l} = k_{\text{пв1}} l^2, \quad (43)$$

т.е. потери на возбуждение согласно (42) и (43) совпадают по зависимости от  $l$  с другими электрическими потерями. Т.о. потери на возбуждение пропорциональны от  $l$  до  $l^3$ .

#### 4.4. Зависимость КПД ЭМ от обобщенного линейного размера

Определяется зависимость КПД ЭМ от  $l$  для

$$S_{\text{ЭМ}} = Kl^4; P = K_{\text{п}} l^3. \quad (44)$$

Предполагается, что коэффициент мощности  $\cos \varphi$  имеет одинаковое значение для цепей статора, ротора и в выражении для электромагнитной мощности  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \cos \varphi_{\text{ЭМ}} = \cos \varphi$ . Тогда электромагнитная активная мощность равна

$$P_{\text{ЭМ}} = S_{\text{ЭМ}} \cos \varphi.$$

Эту мощность можно выразить через потребляемую и полезную мощности следующей формулой

$$P_{\text{ЭМ}} = \sqrt{P_1 P_2} \quad (45)$$

или через КПД  $\eta$  ЭМ получается

$$P_{\text{ЭМ}} = P_1 \sqrt{\eta}. \quad (46)$$

При подстановке в равенство

$$\eta = 1 - \frac{\sum P}{P_1} \quad (47)$$

выражения (46) получается

$$\eta = 1 - \frac{\sum P}{P_{\text{ЭМ}} / \sqrt{\eta}}. \quad (48)$$

При решении уравнения (48) относительно  $\eta$  получается следующее квадратное уравнение

$$\eta^2 - \left( 2 + \frac{(\sum P)^2}{P_{\text{ЭМ}}^2} \right) \eta + 1 = 0,$$

которое можно переписать так

$$\eta^2 - \left( 2 + \frac{k_{\text{п}}^2}{k^2 \cos^2 \varphi l^2} \right) \eta + 1 = 0. \quad (49)$$

Решение уравнения (49) имеет вид

$$\eta_{1,2} = 1 + \frac{k_{\text{п}}^2}{2k^2 l^2 \cos^2 \varphi} \pm \sqrt{\left( 1 + \frac{k_{\text{п}}^2}{2k^2 l^2 \cos^2 \varphi} \right)^2 - 1}.$$

После выполнения преобразований, при которых учитывается, что  $\eta < 1$ , получается

$$\eta = 1 + \frac{k_{\text{п}}^2}{2k^2 l^2 \cos^2 \varphi} - \frac{k_{\text{п}}}{kl \cos \varphi} \sqrt{1 + \frac{k_{\text{п}}^2}{4k^2 l^2 \cos^2 \varphi}}. \quad (50)$$

Соотношение (50) можно разложить в ряд по величинам  $\frac{k_{\text{п}}^2}{4k^2 l^2 \cos^2 \varphi}$ , которые меньше единицы. Ограничиваясь первыми тремя членами ряда, получаем

$$\eta \approx 1 - \frac{k_{\text{п}}}{kl \cos \varphi} + \frac{k_{\text{п}}^2}{2k^2 l^2 \cos^2 \varphi} - \frac{k_{\text{п}}^3}{8k^3 l^3 \cos^3 \varphi}. \quad (51)$$

При обозначении  $\frac{k_{\text{п}}}{k \cos \varphi} = k_{\eta}$ , можно (51) переписать так

$$\eta \approx 1 - \frac{k_{\eta}}{l} + \frac{k_{\eta}^2}{2l^2} - \frac{k_{\eta}^3}{8l^3}. \quad (52)$$

В предыдущих подразделах было показано, что показатель степени при  $l$  может изменяться от 1,5 до 5, а для потерь мощности от 2 до 3. В связи с этим представляется целесообразным в формулах для мощности ЭМ и мощности потерь вместо обобщенного линейного размера  $l$  ввести его отношение к значению  $l_m$ , которое соответствует началу диапазона мощностей. Это сделает величину линейного размера безразмерной и позволит избавиться от зависимости размерности коэффициентов при  $l$  от его показателя степени.

При этом формулы мощности и потерь принимают вид

$$S_{\text{ЭМ}} = k_s \left( \frac{l}{l_m} \right)^{n_s}; \Sigma P = k_{\text{п1}} \left( \frac{l}{l_m} \right)^{n_{\text{п}}}, \quad (53)$$

где  $k_s, k_{\text{п1}}$  – коэффициенты пропорциональности;  $n_s, n_{\text{п}}$  – показатель степенной зависимости;  $l_m$  – минимальный обобщенный линейный размер данного типа ЭМ.

Уравнение (49) принимает следующий вид

$$\eta^2 - \left( 2 + \frac{k_{\text{п1}}^2}{k_s^2 \left( \frac{l}{l_m} \right)^{2(n_s - n_{\text{п}})} \cos^2 \varphi} \right) \eta + 1 = 0. \quad (54)$$

Т.к. мощность на валу является активной, то

$$P_{\text{ЭМ}} = S_{\text{ЭМ}} \sqrt{\cos \varphi}$$

и можно ввести коэффициент

$$k_{\eta 1} = \frac{k_{\text{п1}}}{k_s \sqrt{\cos \varphi}}.$$

Тогда

$$\eta = 1 - \frac{k_{\eta 1}}{l_0^{n_s - n_{\text{п}}}} + \frac{k_{\eta 1}^2}{2l_0^{2(n_s - n_{\text{п}})}} - \frac{k_{\eta 1}^3}{8l_0^{3(n_s - n_{\text{п}})}}. \quad (55)$$

где  $l_0 = \frac{l}{l_m}$ .

Т.о., общепринятая зависимость для геометрически подобных машин  $S_{\text{ЭМ}} = kl^4$  является частным случаем, имеющим место для ЭМ средней и большой мощности электромагнитного возбуждения. Для ЭМ малой мощности можно считать, что  $S_{\text{ЭМ}} = kl^5$ .

В первом приближении зависимость КПД от  $l$  может быть выражена формулой

$$\eta \approx 1 - \frac{k}{l}.$$

#### 4.5. Пример расчета взаимосвязи линейного параметра и характеристик двигателя

В качестве обобщенного линейного размера выбран наружный диаметр станины  $D_c$  ЭМ – размер по предположению наиболее функционально связанный с мощностью ЭМ. Показатели степени  $n_s$  и  $n_n$  зависимостей электромагнитной мощности и мощности потерь соответственно от  $D_c$  определены по следующим формулам

$$n_s = \log_{D_{ci}/D_{cm}} S_{ЭМВ}/S_{ЭМм}; \quad (56)$$

$$n_n = \log_{D_{ci}/D_{cm}} \Sigma P_V/\Sigma P_m, \quad (57)$$

где  $D_{ci}$ ,  $D_{cm}$  – диаметры выбираемой ЭМ и ЭМ с минимальной мощностью;

$S_{ЭМi}$ ,  $S_{ЭМм}$  – электромагнитная мощность выбираемого двигателя и двигателя с минимальной мощностью;

$\Sigma P_i$ ,  $\Sigma P_m$  – мощность потерь для выбираемого и минимального по мощности двигателя.

Величина  $S_{ЭМ}$  вначале определяется для двигателя постоянного тока, считая, что КПД в преобразовании энергии от потребляемой мощности до электромагнитной  $\eta_1$ , равным КПД в преобразовании энергии от электромагнитной мощности до механической (полезной)  $\eta_2$ , из этого следует

$$\eta_1 = \eta_2 = \sqrt{\eta},$$

$$S_{ЭМ} = \frac{n}{\sqrt{\eta_n}}, \quad (58)$$

где  $\eta$  – полный КПД ЭМ;

$P_n$ ,  $\eta_n$  – номинальная мощность и КПД ЭМ.

Для машин переменного тока справедливо следующее

$$S_{ЭМ} = \frac{P_n}{\sqrt{\eta_n \cos \varphi_n}}, \quad (59)$$

поскольку при электромагнитном возбуждении переменным током обмотки статора и ротора обладают индуктивными сопротивлениями, близкими по значению.

Суммарные потери мощности в ЭМ определяются из известного выражения [3]

$$\eta_n = 1 - \frac{\Sigma P}{P_n + \Sigma P}, \quad (60)$$

откуда

$$\Sigma P = \frac{P_n(1 - \eta_n)}{\eta_n}$$

В табл. 1 приведены результаты расчета для ЭМ серий АД, АО2, 4А, АИР наиболее точно соответствующих принципу геометрического подобия.

Таблица 1

Данные расчета функциональной зависимости

Тип ЭМ	$D_c$ , мм	$P_n$ , кВт	$\eta_n$ , %	$\cos \varphi_n$	$S_{ЭМ}$ , кВА	$\Sigma P$ , кВт	$n_s$	$n_n$
4А80М2У3	185	1,5	83	0,89	1,81	0,38	5,05	3,64
4А112М2У3	260	7,5	87,5	0,88	8,55	1,07	4,88	6,42
4А200М2У3	450	37,0	90,0	0,89	41,4	4,11	4,09	3,04
4АН16052	332	22,0	88,0	0,88	25,0	3,00	3,12	1,85
АИР90Л2	210	3,0	84,5	0,88	3,49	0,55	6,26	4,56
АИР180М2	375	30,0	90,5	0,88	33,6	3,15	4,53	3,42
АОЛ2-41	286	5,5	86,0	0,89	6,29	0,89	4,49	3,33
АОЛ2-71	460	22,0	88,0	0,90	24,7	2,44	3,61	2,69

## 5. Выводы

Т.о. установлена зависимость  $j$ ,  $B$ ,  $f$  от обобщенного геометрического параметра в различных диапазонах мощностей, что позволяет установить функциональную связь между электромагнитной мощностью и мощностью потерь от обобщенного линейного размера ЭМ.

## Литература

1. Загірняк М.В. Електричні машини: підручник / М.В. Загірняк, Б.У. Невзлін. – К.: Знання, 2009. – 399с.
2. Копылов И.П. Электрические машины: учеб. Для вузов / И.П. Копылов. – М.: Высшая школа, 2000. – 607с.
3. Справочник по электрическим машинам: в 2 т. / Под общ. ред. И.П. Копылова. – Т. 1. – М.: Энергоиздат, 1988. – 456с.
4. Токарев Б.Ф. Электрические машины: учеб. пос. Для вузов / Б.Ф. Токарев. – М.: Энергоиздат, 1999. – 624с.
5. Арнольд В.В. Выбор двигателя в строительных и промышленных установках. – М.: ОГИЗ, 1931. – 282с.
6. Кацман М.М. Электрические машины и электропривод автоматических устройств. – М.: Высшая школа, 1987. – 335с.
7. Иосилевич Г.Б., Лебедев П.А., Стреляев В.С. Прикладная механика. – М.: Машиностроение, 1985. – 576с.
8. Иванов А.А. Справочник по электротехнике. – К.: Высшая школа, 1984. – 304с.
9. Алабужев П.М., Кирнарский М.Ш. и др. Основы теории подобия, размерности, моделирования. – Тула, 1988. – 84с.